

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	1
Тема	Решение планиметрических задач
Уровень сложности	Базовый

В качестве задания № 1 профильного ЕГЭ по математике предлагаются задачи на нахождение геометрических величин в следующих фигурах:

— треугольники (прямоугольный, равнобедренный, общего вида);
 — четырёхугольники (параллелограмм, квадрат, прямоугольник, ромб, трапеция);
 — окружности, связанные с ними углы, отрезки, прямые и многоугольники (центральные и вписанные углы, касательная, хорда, секущая; вписанные и описанные многоугольники).

Для решения этих задач **важно знать**: теорему Пифагора; определение тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника; значение тригонометрических функций для углов $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, формулы приведения, формулы площади треугольника: $S = \frac{1}{2}ah_a$, где h_a – высота треугольника, опущенная на сторону a ; $S = \frac{1}{2}absin\gamma$, где γ – угол между сторонами a и b ; $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона), где $p = \frac{a+b+c}{2}$, $S = \frac{abc}{4R}$, где R – радиус описанной окружности, $S = pr$, где r – радиус вписанной окружности; теореме косинусов: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, теореме синусов: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$; формулу площади произвольного выпуклого четырёхугольника: $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$, где α – угол между диагоналями d_1 и d_2 ; формулы площади параллелограмма: $S = ah_a$, $S = absin\gamma$, где γ – один из углов параллелограмма со сторонами a и b ; формулу площади ромба: $S = \frac{1}{2}d_1d_2$; формулу площади трапеции: $S = \frac{a+b}{2}h$, где a, b – основания трапеции, h – её высота. Также важно знать свойства точки пересечения медиан треугольника, свойство его биссектрис, свойство средней линии треугольника и трапеции, признаки равенства и подобия треугольников, свойства и признаки равнобедренного, равностороннего треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, свойства и признаки вписанного и описанного четырёхугольника, смежных и вертикальных углов, углов, связанных с окружностью, свойства касательных, секущих и хорд.

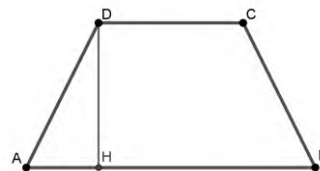
Уметь: решать базовые задачи, видеть применение определений и свойств геометрических фигур в задачной ситуации.

Пример 1. У треугольника со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к большей стороне, равна 4. Чему равна высота, проведённая к меньшей стороне?

Решение: $\frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b \Leftrightarrow h_b = \frac{ah_a}{b}$, $h_b = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$. **Ответ: 6.**

Пример 2. Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а её периметр равен 60. Найдите площадь трапеции.

Решение: $AN = \frac{AB-DC}{2}$, $AN = 6$, $P = AB + CD + 2AD$,
 $AD = \frac{60-40}{2} = 10$. По теореме Пифагора $DH = \sqrt{AD^2 - AN^2}$,
 $DH = 8$. $S = \frac{AB+CD}{2} \cdot DH$, $S = 20 \cdot 8 = 160$. **Ответ: 160.**



Пример 3. Найдите хорду, на которую опирается угол 120° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.

Решение: По следствию из теоремы синусов $\frac{a}{\sin\angle A} = 2R$, $a = 2R\sin\angle A$, $a = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$.

Ответ: 3.

Пример 4. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

Решение: $r = \frac{a+b-c}{2}$, $c = (2 + \sqrt{2})\sqrt{2}$, $r = \frac{4+2\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}}{2} = 1$.

Ответ: 1.